Université Mohammed V
Faculté des Sciences Rabat
Département de Physique

Année Universitaire 2014-2015

Contrôle final de Mécanique du Solide

SMP- S3

Durée 1h30mn

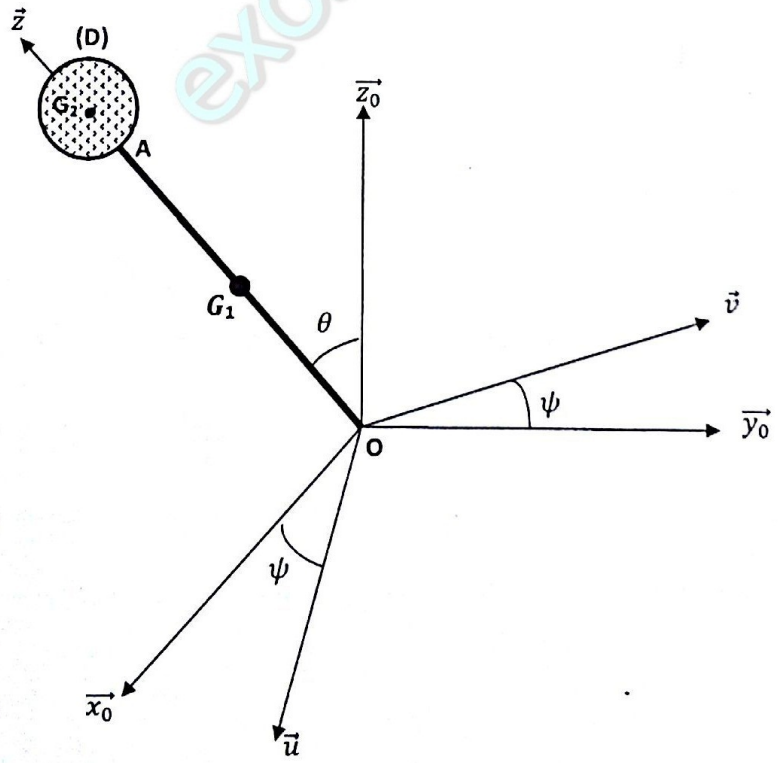
Par rapport au repère $R(O;\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0})$ galiléen, orthonormé, direct où $\overrightarrow{OZ_0}$ est la verticale ascendante, on considère, dans le champ de la pesanteur $\vec{g}$, le mouvement du solide (S) de centre d'inertie G, constitué :

- d'une tige (OA) rectiligne, homogène, de centre d'inertie G_1, de masse m, d'axe de symétrie de révolution $\overrightarrow{Gz}$ et de longueur 4L.
- et d'une sphère pleine (D) de même masse m, de centre G_2, de diamètre L, soudée sur la tige en son extrémité A. (voir figure)

On suppose que le solide (S) ainsi formé tourne librement autour de son point fixe O et on introduit les repères orthonormés directs $R_1(O;\overrightarrow{u},\overrightarrow{v},\overrightarrow{z_0})$ et $R_2(O;\overrightarrow{u},\overrightarrow{w},\overrightarrow{z})$ tels que :

$$\psi = (\overrightarrow{Ox_0},\overrightarrow{Ou}) \qquad et \qquad \theta = (\overrightarrow{Oz_0},\overrightarrow{Oz})$$

Tous les résultats vectoriels seront exprimés dans la base associée au repère R_2.



exosup.com page facebook

1- Paramétrer le solide (S).

2- Donner les composantes du vecteur position $\overrightarrow{OG}$ et du vecteur rotation instantanée $\vec{\Omega}(S/R)$.

3- Calculer la matrice principale d'inertie de la tige (OA) au point G_1 puis au point A.

4- Calculer la matrice principale d'inertie de la sphère (D) au point G_2 puis au point A.

5- Déduire la matrice principale d'inertie du solide (S) au point A puis au point G.

6- Déterminer les éléments de réduction des torseurs cinétique et dynamique du solide (S) au point G.

7- Ecrire les équations du mouvement traduisant le théorème de la résultante dynamique appliqué à (S) par rapport à R.

8- Ecrire les équations du mouvement traduisant le théorème du moment dynamique appliqué en G à (S) par rapport à R.

9- Donner l'énergie cinétique $E_c(S/R)$.

exosup.com

exosup.com page facebook

Université Mohammed V
Faculté des Sciences Rabat

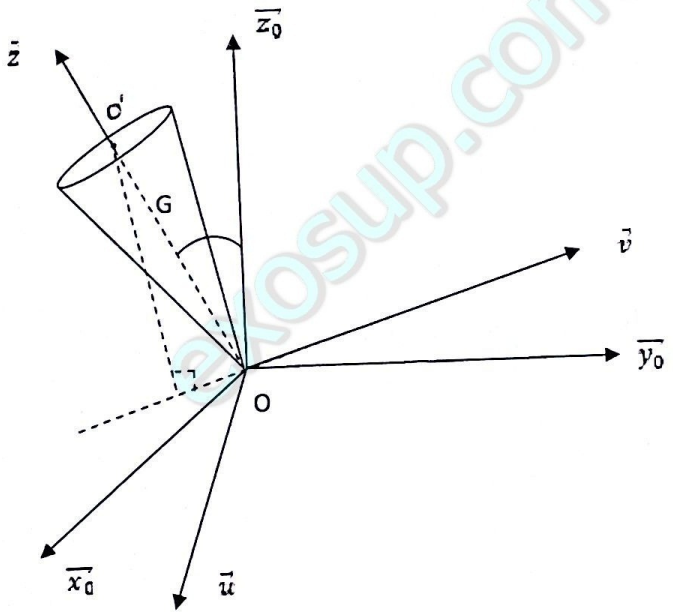
Année Universitaire 2014-2015

Evaluation n° 1 de Mécanique du solide
SMP-S3
Durée: 1h 30 min

Exercice 1

Soit un cône homogène (C) de révolution $\overrightarrow{Gz}$, de centre d'inertie G, de masse m, de hauteur l et de rayon de base R, articulé en son sommet O, origine d'un repère orthonormé direct fixe $R_0(O; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

On pose : $\overrightarrow{OG} = d\vec{z}$, où d est une constante



1. Paramétrer le cône (C).
2. Déterminer le vecteur rotation instantanée de (C) par rapport à R_0.
3. Déterminer la vitesse, $\vec{V}(G/R_0)$, du point G.
4. Déterminer l'accélération, $\vec{a}(G/R_0)$, du point G.
5. Déterminer les éléments de réduction du torseur cinématique au point O' centre de la base du cône (C).

exosup.com page facebook

Exercice 2

On considère le champ de vecteurs $\mathbf{H}_n$ de IR^3 défini par :

$$P(x, y, z) \rightarrow \mathbf{H}_n(P) = (3 + n^2y, -4x - nz, ny-3)$$

Où n est un paramètre réel.

1. Montrer que ce champ est antisymétrique pour n = 2 et n = -2.
2. Déterminer les torseurs T_2 et T_{-2} associés aux champs $\mathbf{H}_2(P)$ et $\mathbf{H}_{-2}(p)$ par leurs éléments de réduction au point P(x, y, z).
3. On définit le torseur T par : $T = T_2 - 2T_{-2}$
 a. Calculer l'invariant scalaire I de T. Que peut-on conclure ?
 b. Donner les équations cartésiennes, en précisant la nature, de l'axe central (Δ) de T.
 c. Calculer le produit : $T \times T_2 + T_{-2} \times T_{-2}$

exosup.com

exosup.com page facebook

Université Mohammed V
Faculté des Sciences

Année Universitaire 2014-2015
SMP: S3

Contrôle final: Electricité II

Durée 1h30mn

Cette épreuve est constituée de deux exercices indépendants.

Exercice I: Courant alternatif

On considère le circuit électrique RLC de la **figure 1** alimenté par un générateur de tension sinusoïdale $V = V_m \cos \omega t$ et parcouru par un courant I. On se propose de calculer la puissance moyenne en utilisant la méthode des impédances complexes.

1) Calculer l'impédance complexe $\underline{Z}$ vue aux bornes du générateur.

2) En déduire le module de $\underline{Z}$ et son argument $\arg \underline{Z} = \phi$ en fonction de ω.

3) Calculer la valeur efficace I_{eff} du courant délivré par la source en fonction de ω.

4) Déterminer la fréquence ω_0 pour que la valeur efficace I_{eff} soit minimale.

5) Calculer la puissance moyenne P_{moy} en fonction de V_{eff} et R; conclure.

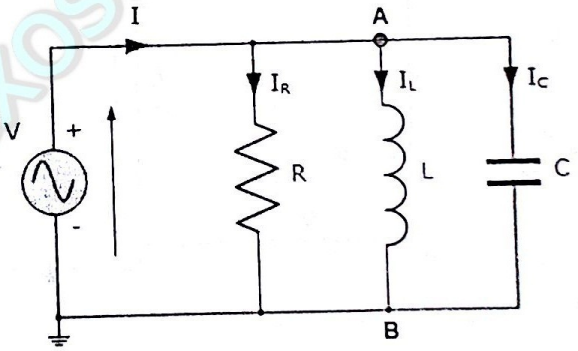


Figure 1: Circuit RLC en parallèle

Exercice II: Induction électromagnétique

Un conducteur rectiligne infini vertical $Z'Z$ est parcouru par un courant d'intensité I_1 comme sur la **figure 2**. Un cadre rectangulaire de côtés $A_1A_2 = 2a$ et $A_2A_3 = b$, parcouru par un courant d'intensité I_2, peut tourner autour de sa droite médiane (D) parallèle à $Z'Z$ située à la distance r avec $r > a$; l'axe $(D) = (O_1O_2)$ passe par les milieux O_1 et O_2 des cotés A_1A_2 et A_3A_4. Dans sa position initiale (figure 2), le plan du cadre contient $Z'Z$; soit $\overrightarrow{A_1A_2} = 2a\vec{e}_\rho$ avec $\vec{e}_\rho$ le vecteur usuel de la base cylindrique.

1) Rappeler le champ $\vec{B}_1$ créé au point M par le fil $Z'Z$ en fonction de ρ.

exosup.com page facebook

2) Calculer Φ, le flux de $\vec{B}_1$ à travers la surface du cadre, en fonction de r.

3) En déduire le gradient du flux $\frac{d\Phi}{dr}$.

4) Calculer, en fonction de r, les forces $\vec{F}_{14}$ et $\vec{F}_{23}$ s'exerçant sur les cotés A_1A_4 et A_2A_3.

5) Calculer les forces $\vec{F}_{12}$ et $\vec{F}_{34}$ s'exerçant sur les cotés A_1A_2 et A_3A_4.

6) En déduire la résultante $\vec{F}$ des forces exercées sur le cadre; et sa relation avec $\frac{d\Phi}{dr}$.

7) Si on fait tourner le cadre de $\frac{\pi}{2}$ autour dc (D), calculer le nouveau flux Φ', commentez.

Le cadre revient dans le plan $\left(\overrightarrow{Z'Z}, \vec{e}_\rho\right)$ et se déplace maintenant vers la droite avec une *vitesse de translation* $\vec{v} = v\vec{e}_\rho$ telle que $r = vt + r_0$ avec v et r_0 constants.

8) Donner les relations de calcul de la f.é.m induite $e(t)$.

9) En déduire la f.é.m induite dans le cadre.

10) Interpréter le signe de $e(t)$.

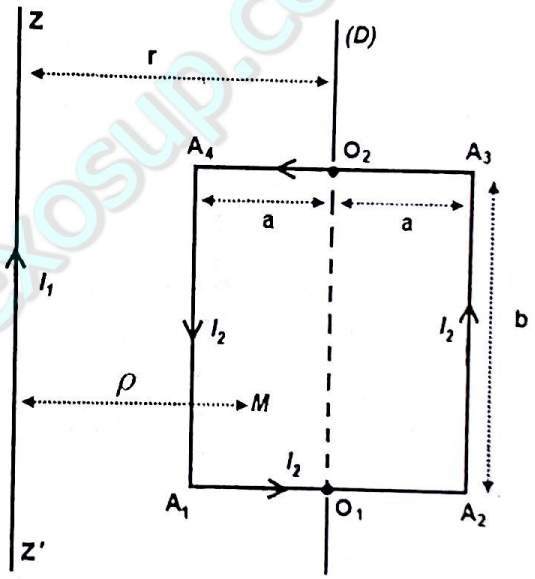


Figure 2: Cadre rectangulaire $A_1A_2A_3A_4$ dans le plan $(\vec{e}_z, \vec{e}_\rho)$

exosup.com page facebook

cc n°1

Université Mohammed V
Faculté des Sciences

Année Universitaire 2014-2015
SMP: S3

Contrôle: Electricité II

Durée 1h30mn

On considère un conducteur cylindrique $\mathcal{C}$ homogène de base circulaire de rayon a, d'axe $\overrightarrow{z'z}$ et de longueur L supposée grande (L tendant vers l'infini). Ce conducteur est parcouru par un courant d'intensité I et de densité volumique $\vec{j} = j\vec{e}_z$ uniforme; voir figure. On se propose de calculer le champ d'induction *magnétostatique* $\vec{B}(M)$ et son potentiel vecteur $\vec{A}(M)$ en tout point M de l'espace $\mathbb{R}^3$.

exosup.com

Partie I: Calcul de $\vec{B}$

1) Rappeler les deux equations satisfaites par $\vec{B}(M)$.

2) Donner les méthodes de calcul de $\vec{B}(M)$ crée par un courant volumique $\vec{j}(P)$.

3) Donner les symétries continues du conducteur $\mathcal{C}$.

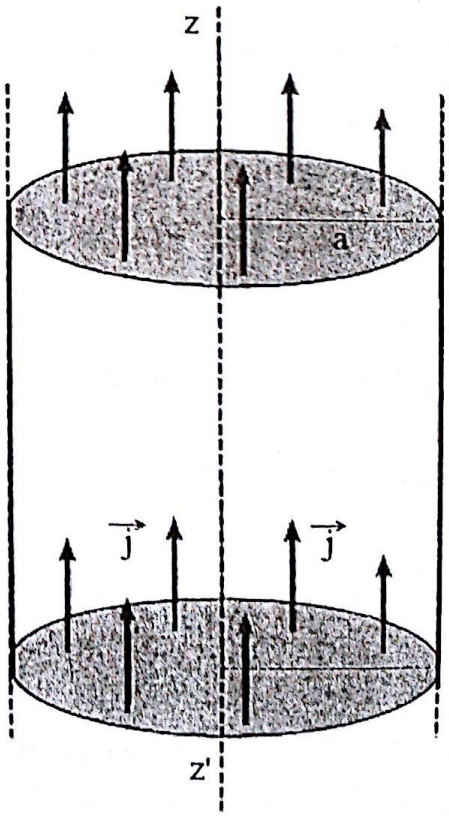
4) Préciser le plan Π_s de symétrie de $\mathcal{C}$.

5) En déduire les variables et la direction de $\vec{B}$.

6) Donner la forme des lignes du champ $\vec{B}(M)$.

7) Exprimer le courant total I en fonction de j et a.

8) En utilisant le théorème d'Ampère, exprimer: le champ $\vec{B}(M)$ en tout M de l'espace en fonction de la densité j.



Partie II: Calcul du potentiel $\vec{A}(M)$

9) Déterminer les variables du vecteur $\vec{A}(M)$.

10) Déterminer la direction de $\vec{A}(M)$.

11) Calculer $\vec{A}(M)$ pour les cas:

a) M à l'exterieur du conducteur.

b) M à l'interieur du conducteur.

12) En supposant que $\vec{A}(M)$ est nul sur la surface de $\mathcal{C}$, déterminer les constantes d'intégration.

exosup.com page facebook

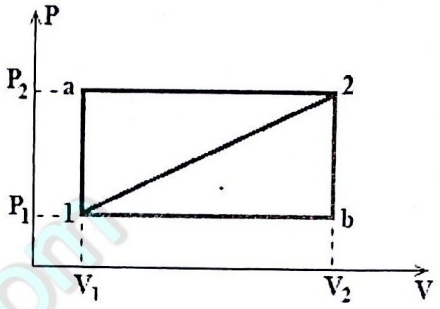
ROYAUME DU MAROC
UNIVERSITE MOHAMMED V
FACULTE DES SCIENCES
RABAT – AGDAL

Année universitaire 2014 / 2015
SMP 3 - Module 16 - Physique 7
Lundi 10 novembre 2014

Thermodynamique II
Contrôle d'Évaluation 1 – Durée : 1h 30min

Exercice 1 (8 points) : On fait passer réversiblement une mole d'un gaz parfait diatomique d'un état initial 1 (P_1, V_1, T_1) à un état final 2 (P_2, V_2, T_2) par trois chemins différents (voir figure) :

- transformation isochore **1 → a** suivie d'une transformation isobare **a → 2** ;
- transformation isobare **1 → b** suivie d'une transformation isochore **b → 2** ;
- transformation directe **1 → 2** suivant un chemin rectiligne **P = kV**, où k est une constante positive.



Sachant que $P_2 = 2P_1$, $V_2 = 2V_1$, et que la capacité thermique molaire à volume constant du gaz est $C_{vm} = \frac{5}{2}R$:

1) Exprimer les températures T_a, T_b et T_2 en fonction de la température initiale T_1.
2) Déterminer les énergies chaleur Q_{1a2} et Q_{1b2} échangées entre 1 et 2 en parcourant respectivement les chemins différents a et b.
3) En exprimant la variation de l'énergie chaleur à l'aide des variables P et V :

$$\delta Q = \frac{C_{pm}}{R} PdV + \frac{C_{vm}}{R} VdP,$$

déterminer l'énergie chaleur Q_{12} échangée entre 1 et 2 suivant le chemin direct **1 → 2**. Conclure.

Exercice 2 (12 points) : Les variables d'état pression P, volume V et température T sont reliées par une équation de type f (P,V,T) = 0, appelée équation d'état.

Soient les différentielles totales $dU = C_v\,dT + (\ell - P)dV$ et $dS = \frac{C_v}{T}dT + \frac{\ell}{T}dV$ où C_v et ℓ sont les coefficients calorimétriques qui dépendent des variables d'état.

1) En explicitant les relations imposées par le fait que dU et dS sont des différentielles totales exactes, déterminer le coefficient ℓ. En déduire le coefficient $\left(\frac{\partial C_v}{\partial V}\right)_T$.
2) On s'intéresse à l'équation d'état : $\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = nRT$, où a, b et R sont des constantes.
 a) Déterminer ℓ. Montrer que C_v ne dépend pas de V.
 b) Déterminer les fonctions d'état U et S en supposant que C_v ne dépend pas de T.
3) La capacité thermique à volume constant C_v varie avec la température T suivant : $C_v = \alpha + \beta T$, où α et β sont des constantes. Calculer les variations d'énergie interne $\Delta U = U_2 - U_1$ et d'entropie $\Delta S = S_2 - S_1$ lorsque le gaz passe de l'état 1 (P_1, V_1, T_1) à l'état 2 (P_2, V_2, T_2).

exosup.com page facebook

UNIVERSITE MOHAMMED V – AGDAL
Faculté des Sciences
-Rabat-

SMP3
2014/2015
Pr. M. JEDRA

Evaluation 2
Analyse numérique et algorithmique

Ex1 : (4 points)
On considère une fonction réelle f connue en 4 points distincts (0,2), (1,1), (2,2) et (3,3). On voulait l'interpoler par un polynôme de Lagrange $p_3(x)$.

1) Calculer les coefficients des polynômes $L_0(x)$, $L_1(x)$, $L_2(x)$ et $L_3(x)$
2) Calculer les coefficients du polynôme $p_3(x)$. $= -\frac{x^3}{3} + 2x^2 - \frac{11}{3}x + 2$.

Ex2 : (6 points)
On considère le système d'équations linéaires $Ax=b$ avec

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -10 & 2 \\ -10 & 34 & -17 \\ 2 & -17 & 18 \end{pmatrix} \text{ et } b = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix} \quad L = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -5 & 3 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \end{pmatrix}$$

1) Décomposer A en deux matrices triangulaires par la méthode de Cholesky
2) Montrer que la matrice A est définie positive
3) Résoudre le système $Ax=b$

Ex3 : (4 points)
Soit f une fonction réelle continûment dérivable et connue en ses points $(x_i, f(x_i))$, $0 \le i \le n$ avec $h = x_{i+1} - x_i$ pas constant très petit.

1) Utiliser les différences à droite pour calculer une valeur approchée de la dérivée $f^{(3)}(x_i)$ avec une erreur de l'ordre de h.
2) En déduire une valeur approchée de la dérivée $f^{(3)}(x_i)$ en fonction des différences à gauche.

Ex4 : (6 points)
1) Ecrire l'algorithme d'une fonction *Absolue()* qui retourne la valeur absolue de son argument réel
2) Ecrire un algorithme qui permet de tester si une matrice réelle carrée est à diagonale dominante. Utiliser la fonction *Absolue()*.

exosup.com
exosup.com page facebook

UNIVERSITE MOHAMMED V – AGDAL
Faculté des Sciences
-Rabat-

Filière : SMP
2014/2015
Semestre: 3

Evaluation 1
Analyse Numérique et Algorithmique
(Durée : 1H30)

Ex1 : (4 points)
Ecrire l'algorithme d'une fonction récursive *Puiss_2()* qui calcule 2^n, n est un entier positif argument de la fonction.

Ex2 : (4 points)
Ecrire un algorithme qui permet de saisir les éléments d'un tableau T de n entiers et de calculer la moyenne de ses éléments positifs et la moyenne de ses éléments négatifs. On suppose que le tableau T contient au moins un élément positif et un élément négatif.

Ex3 : (4 points)
Ecrire un algorithme qui permet de saisir les éléments d'un tableau T de n entiers et place ensuite les éléments négatifs à la fin de ce tableau.

Exemple :

Tableau avant traitement

-5	2	-7	-2	9	4	-12

Tableau après traitement

2	9	4	-12	-5	-7	-2

Ex4 : (4 points)
Ecrire un algorithme qui permet de calculer pour un réel x et un entier positif n la somme suivante:

$$S= 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} \ldots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!}$$

Donner ensuite la complexité de cet algorithme.

Ex5 : (4 points)
Soient deux tableaux T1 et T2 ayant chacun n éléments entiers. On suppose que ces deux tableaux contiennent au total n entiers strictement positifs et n entiers strictement négatifs. Ecrire un algorithme qui remplit T1 par les éléments positifs et T2 par les éléments négatifs.

exosup.com page facebook

UNIVERSITE MOHAMMED V
Faculté des sciences, Rabat

Année 2014-15

Module : Analyse 3-Filière SMP-S3
EVALUATION FINALE : Durée 1H30mn
(Justifier vos réponses)

Exercice I (6 points).

Calculer l'intégrale curviligne complexe le long de la courbe C indiquée :

1) $\int_C \mathrm{Re}(z^2)dz$, C : $y = x^2$ du point 0 au point $1 + i$.

2) $\oint_C \frac{e^{z^2}}{(z+1)(z-3)}dz$, C : $|z| = \frac{3}{2}$, orientée positivement.

3) $\oint_C \frac{z^3 + \sinh(z)}{(z-i)^3}dz$, C : $|z - i| = 2$, orientée positivement.

Exercice II (8 points) .

1) Déterminer le rayon de convergence et le centre de la série complexe:
$\sum_{n=1}^{\infty} 2^n (z+i)^{4n}$.

2) a) Déterminer le développement en série de Laurent de centre $z_0 = \pi$ de la fonction : $f(z) = \frac{\cos(z)}{(z-\pi)^4}$.

b) Calculer $\oint_C \frac{\cos(z)}{(z-\pi)^4}dz$, C : $|z - \pi| = \frac{1}{2}$, orientée positivement.

3) a) Calculer les résidus des points singuliers de la fonction : $\frac{\cosh(z)}{(z^2 - 3iz)}$.

b) Calculer $\oint_C \frac{\cosh(z)}{(z^2 - 3iz)}dz$, C : $|z| = 5$.

Exercice III (3 points) .

a) Développer en série de Fourier la fonction périodique de période 2π suivante :
$f(x) = x^2$ si $x \in [-\pi, \pi]$.

b) Calculer la somme $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$.

Exercice IV (3 points) .

En utilisant la transformée de Laplace (aucune autre méthode ne sera acceptée), résoudre l'équation différentielle suivante:
$y'' + 3y' - 4y = 6e^{2t}$, $y(0) = 4$, $y'(0) = 5$.

exosup.com page facebook

UNIVERSITE MOHAMMED V
Faculté des sciences, Rabat

Année 2014-15

Module : Mathématiques 3
Filière SMP
Evaluation 1 : Durée 1h30mn.
(Calculatrice non autorisée)

Exercice I. Déterminer la partie réelle et la partie imaginaire de la fonction $\cosh(z)$.
En déduire dans C, les solutions de l'équation suivante :

$$\cosh(z) = -1.$$

Exercice II. a) Déterminer la partie imaginaire de la fonction $e^{\frac{1}{z}}$, $z = x + iy$.

b) En quels points de C, la fonction $e^{\frac{1}{z}}$ est dérivable? Calculer sa dérivée .

Exercice III. Déterminer les constantes a et b pour que la fonction :

$$u(x,y) = \sin(ax)\cosh(by)$$

soit harmonique et déterminer les fonctions holomorphes $f(z)$ telles que la partie réelle $\mathrm{Re}(f) = u(x,y)$. (justifier votre réponse).

ExerciceIV. On considère la fonction suivante :

$$u(x,y) = e^{-4x}\cos 4y.$$

Vérifier si la fonction est harmonique? (Justifier votre réponse).
Si oui déterminer une fonction conjuguée $v(x,y)$ de la fonction $u(x,y)$.
Calculer la dérivée de la fonction $f(z) = u(x,y) + i\,v(x,y)$, $z = x + iy$.
Exprimer la fonction $f(z) = u(x,y) + i\,v(x,y)$ à l'aide de la seule variable $z = x + iy$.

ExerciceV. a) Calculer l'intégrale curviligne : $\int_C xydx + x^2dy$
le long de la courbe C définie par: le segment C_1 qui relie les points $(-2,-2)$ et $(2,0)$ et l'arc C_2 du premier quadrant du cercle $x^2 + y^2 = 4$ orienté dans le sens contraire des aiguilles d'une montre.
b) Calculer $\int_C xe^{-x^2-y^2}dx + ye^{-x^2-y^2}dy$.
où C est une courbe lisse reliant les deux points $(-1,-1)$ et $(1,1)$.

exosup.com
exosup.com page facebook